

Bài 4

MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP TÍNH TÍCH PHÂN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT:

1. Phương pháp đổi biến số

a) Phương pháp đổi biến số loại 1

Giả sử cần tính tích phân $I = \int_a^b f(x) dx$ ta thực hiện các bước sau:

Bước 1. Đặt $x = u(t)$ (với $u(t)$ là hàm có đạo hàm liên tục trên $[\alpha; \beta]$, $f[u(t)]$ xác định trên $[\alpha; \beta]$ và $u(\alpha) = a$, $u(\beta) = b$) và xác định α, β .

Bước 2. Thay vào, ta có $I = \int_{\alpha}^{\beta} f[u(t)] \cdot u'(t) dt = \int_{\alpha}^{\beta} g(t) dt = G(t) \Big|_{\alpha}^{\beta} = G(\beta) - G(\alpha)$.

Một số dạng thường dùng phương pháp đổi biến số loại 1

Dấu hiệu	Cách chọn
$\sqrt{a^2 - x^2}$	$x = a \sin t \quad t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ $x = a \cos t \quad t \in [0; \pi]$
$\sqrt{x^2 - a^2}$	$x = \frac{ a }{\sin t} \quad t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \setminus \{0\}$ $x = \frac{ a }{\cos t} \quad t \in [0; \pi] \setminus \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$
$x^2 + a^2$	$x = a \tan t \quad t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

b) Phương pháp đổi biến số loại 2

Tương tự như nguyên hàm, ta có thể tính tích phân bằng phương pháp đổi biến số (ta gọi là loại 2) như sau:

Để tính tích phân $I = \int_a^b f(x) dx$ nếu $f(x) = g[u(x)] \cdot u'(x)$, ta có thể thực hiện phép đổi

biến như sau:

Bước 1. Đặt $t = u(x) \Rightarrow dt = u'(x) dx$.

$$\text{Đổi cận: } \begin{cases} x = a \Rightarrow t = u(a) \\ x = b \Rightarrow t = u(b) \end{cases}$$

Bước 2. Thay vào, ta có $I = \int_{u(a)}^{u(b)} g(t) dt = G(t) \Big|_{u(a)}^{u(b)}$.

2. Phương pháp tích phân từng phần

Cho hai hàm số u và v liên tục trên $[a; b]$ và có đạo hàm liên tục trên $[a; b]$.

$$\text{Khi đó: } \int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du.$$

Một số tích phân các hàm số dễ phát hiện u và dv

Dạng 1	$\int_{\alpha}^{\beta} f(x) \ln[g(x)] dx$	Đặt $\begin{cases} u = \ln[g(x)] \\ dv = f(x) dx \end{cases}$
--------	---	---

Dạng 2	$\int_{\alpha}^{\beta} f(x) \begin{bmatrix} \sin ax \\ \cos ax \\ e^{ax} \end{bmatrix} dx$	Đặt $\begin{cases} u = f(x) \\ dv = \begin{bmatrix} \sin ax \\ \cos ax \\ e^{ax} \end{bmatrix} dx \end{cases}$
Dạng 3	$\int_{\alpha}^{\beta} e^{ax} \begin{bmatrix} \sin ax \\ \cos ax \end{bmatrix} dx$	Đặt $\begin{cases} u = \begin{bmatrix} \sin ax \\ \cos ax \end{bmatrix} \\ dv = e^{ax} dx \end{cases}$

Ưu tiên **đặt u theo quy tắc "nhất log, nhì đa, tam lượng, tứ mũ"**. Tức là trong hàm số dưới dấu tích phân hợp bởi 2 trong 4 hàm số trên thì ta đặt u theo thứ tự ưu tiên như trên, còn lại thì đặt là dv .

B. CÁC VÍ DỤ:

Bài 1: Tính các tích phân sau

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int_0^1 x^3 (1+x^4)^3 dx & \text{b) } \int_0^{\sqrt{3}} x\sqrt{1+x^2} dx & \text{c) } \int_0^1 \frac{5x}{(x^2+4)^2} dx \\ \text{d) } \int_1^3 \frac{x^3}{x^2-16} dx & \text{e) } \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan x}{\cos^2 x} dx & \text{f) } \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x} dx \\ \text{g) } \int_1^2 x^2 e^{x^3} dx & \text{h) } \int_0^1 \frac{\ln(2-x)}{2-x} dx & \text{i) } \int_1^e \frac{1}{x} \ln^2 x dx \end{array}$$

Bài 2: Tính các tích phân sau

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x+1) \cos x dx & \text{b) } \int_0^1 x e^{2x} dx & \text{c) } \int_1^e x^2 \ln x dx \\ \text{d) } \int_0^{\pi} (x \sin x)^2 dx \text{ và } \int_0^{\pi} (x \cos x)^2 dx & \text{e) } \int_1^{e^{\pi}} \sin(\ln x) dx \text{ và } \int_1^{e^{\pi}} \cos(\ln x) dx. \end{array}$$

C. TRẮC NGHIỆM:

Dạng 1. ĐỔI BIẾN SỐ LOẠI 1

Câu 1. Cho tích phân $I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$ và $x = 2 \sin t$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

$$\text{A. } I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} dt. \quad \text{B. } I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} dt. \quad \text{C. } I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} t dt. \quad \text{D. } I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{dt}{t}.$$

Câu 2. Biết $I = \int_0^{\sqrt{8}} \sqrt{16-x^2} dx = a\pi + b$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tổng $a+b$ bằng

$$\text{A. } 2. \quad \text{B. } 4. \quad \text{C. } 6. \quad \text{D. } 8.$$

Câu 3. Biến đổi tích phân $I = \int_{-1}^2 \sqrt{5+4x-x^2} dx$ thành tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t) dt$ bằng cách đặt $x = 2 - 3 \sin t$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

$$\begin{array}{ll} \text{A. } f(t) = 9 \sin^2 t. & \text{B. } f(t) = -9 \cos^2 t. \\ \text{C. } f(t) = \frac{9}{2}(1 - \cos 2t). & \text{D. } f(t) = \frac{9}{2}(1 + \cos 2t). \end{array}$$

Câu 4. Cho tích phân $I = \int_{\sqrt{3}}^3 \frac{1}{x^2+3} dx$ và $x = \sqrt{3} \tan t$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $I = \sqrt{3} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} dt$. B. $I = \frac{\sqrt{3}}{3} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} dt$. C. $I = \frac{\sqrt{3}}{3} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} t dt$. D. $I = \frac{\sqrt{3}}{3} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dt}{t}$.

Câu 5. Cho tích phân $I = \int_1^{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^2-1}}{x^3} dx$ và $x = \frac{1}{\sin t}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 t dt$. B. $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt$.
 C. $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2t) dt$. D. $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos 2t) dt$.

Dạng 2. ĐỔI BIẾN SỐ LOẠI 2

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có nguyên hàm trên \mathbb{R} . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 f(1-x) dx$. B. $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$.
 C. $\int_0^\pi f(\sin x) dx = - \int_0^\pi f(\cos x) dx$. D. $\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{2} \int_0^2 f(x) dx$.

Câu 7. Hàm số $f(x)$ có nguyên hàm trên $(a; b)$ đồng thời thỏa mãn $f(a) = f(b)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int_a^b f'(x) e^{f(x)} dx = -1$. B. $\int_a^b f'(x) e^{f(x)} dx = 0$.
 C. $\int_a^b f'(x) e^{f(x)} dx = 1$. D. $\int_a^b f'(x) e^{f(x)} dx = 2$.

Câu 8. Cho tích phân $I = \int_{-a}^a f(x) dx$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $I = \int_0^a [f(x) - f(-x)] dx$. B. $I = \int_0^a [f(x-a) - f(a-x)] dx$.
 C. $I = \int_0^a [f(x) - f(a-x)] dx$. D. $I = \int_0^a [f(x-a) + f(x)] dx$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và thỏa mãn $\int_a^b f(x) dx = 7$. Tính tích phân

$I = \int_a^b f(a+b-x) dx$.

A. $I = 7$. B. $I = a + b - 7$. C. $I = 7 - (a + b)$. D. $I = a + b + 7$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và thỏa mãn $f(a+b-x) = f(x)$ với mọi $x \in [a; b]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int_a^b x \cdot f(x) dx = \frac{b-a}{2} \int_a^b f(x) dx$. B. $\int_a^b x \cdot f(x) dx = \frac{b+a}{2} \int_a^b f(x) dx$.
 C. $\int_a^b x \cdot f(x) dx = (b-a) \int_a^b f(x) dx$. D. $\int_a^b x \cdot f(x) dx = (b+a) \int_a^b f(x) dx$.

Câu 11. Cho $f(x)$ là hàm số lẻ và liên tục trên $[-a; a]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int_{-a}^a f(x) dx = -2 \int_0^a f(x) dx$. B. $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$.

$$\text{C. } \int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_{-a}^0 f(x) dx. \quad \text{D. } \int_{-a}^a f(x) dx = 0.$$

Câu 12. Cho $f(x)$ là hàm số lẻ và $\int_{-2}^0 f(x) dx = 2$. Tính tích phân $I = \int_0^2 f(x) dx$.

$$\text{A. } I = -2. \quad \text{B. } I = -1. \quad \text{C. } I = 1. \quad \text{D. } I = 2.$$

Câu 13. Cho $f(x)$ là hàm số chẵn và liên tục trên $[-a; a]$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

$$\text{A. } \int_{-a}^a f(x) dx = 0. \quad \text{B. } \int_{-a}^0 f(x) dx = \int_0^a f(x) dx.$$

$$\text{C. } \int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx. \quad \text{D. } \int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_{-a}^0 f(x) dx.$$

Câu 14. Cho $f(x)$ là hàm số chẵn và thỏa mãn $\int_{-1}^0 f(x) dx = 3$. Tính $I = \int_{-1}^1 f(x) dx$.

$$\text{A. } I = -3. \quad \text{B. } I = 2. \quad \text{C. } I = 3. \quad \text{D. } I = 6.$$

Câu 15. Tính tích phân $I = \int_{-2}^2 \frac{x^{2020}}{e^x + 1} dx$.

$$\text{A. } I = 0. \quad \text{B. } I = \frac{2^{2021}}{2020}. \quad \text{C. } I = \frac{2^{2021}}{2021}. \quad \text{D. } I = \frac{2^{2022}}{2022}.$$

Câu 16. Biết rằng $I = \int_0^1 \frac{x}{x^2 + 1} dx = \ln a$ với a là số thực dương. Tìm a .

$$\text{A. } a = \sqrt{2}. \quad \text{B. } a = 2. \quad \text{C. } a = 4. \quad \text{D. } a = \frac{1}{2}.$$

Câu 17. Cho tích phân $I = \int_0^1 \frac{4x^3}{(x^4 + 2)^2} dx$ và $t = x^4 + 2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

$$\text{A. } I = \int_0^1 \frac{dt}{t^2}. \quad \text{B. } I = 4 \int_0^1 \frac{dt}{t^2}. \quad \text{C. } I = \int_2^3 \frac{dt}{t^2}. \quad \text{D. } I = 4 \int_2^3 \frac{dt}{t^2}.$$

Câu 18. Biết $I = \int_1^5 \frac{2|x-2|+1}{x} dx = 4 + a \ln 2 + b \ln 5$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $S = a + b$.

$$\text{A. } S = -3. \quad \text{B. } S = 5. \quad \text{C. } S = 9. \quad \text{D. } S = 11.$$

Câu 19. Tính tích phân $I = \int_0^1 (1-x^2)^n x dx$ với n nguyên dương.

$$\text{A. } I = \frac{1}{2n-1}. \quad \text{B. } I = \frac{1}{2n}. \quad \text{C. } I = \frac{1}{2n+1}. \quad \text{D. } I = \frac{1}{2n+2}.$$

Câu 20. Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{(x+2)^{2019}}{x^{2021}} dx$.

$$\text{A. } I = \frac{3^{2019} - 2^{2019}}{4038}. \quad \text{B. } I = \frac{3^{2020} - 2^{2020}}{4040}.$$

$$\text{C. } I = \frac{3^{2021} - 2^{2021}}{4042}. \quad \text{D. } I = \frac{3^{2022} - 2^{2022}}{4044}.$$

Câu 21. Tính tích phân $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2-1} dx$ bằng cách đặt $u = x^2 - 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

$$\text{A. } I = \frac{1}{2} \int_1^2 \sqrt{u} du. \quad \text{B. } I = \int_1^2 \sqrt{u} du. \quad \text{C. } I = \int_0^3 \sqrt{u} du. \quad \text{D. } I = 2 \int_0^3 \sqrt{u} du.$$

Câu 22. Tính tích phân $I = \int_0^a \frac{x^3 + x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$.

A. $I = (a^2 + 1)\sqrt{a^2 + 1} - 1$.

B. $I = (a^2 + 1)\sqrt{a^2 + 1} + 1$.

C. $I = \frac{1}{3}[(a^2 + 1)\sqrt{a^2 + 1} - 1]$.

D. $I = \frac{1}{3}[(a^2 + 1)\sqrt{a^2 + 1} + 1]$.

Câu 23. Tính tích phân $I = \int_0^2 x^2 \sqrt{x^3 + 1} dx$.

A. $I = -\frac{52}{9}$.

B. $I = -\frac{16}{9}$.

C. $I = \frac{16}{9}$.

D. $I = \frac{52}{9}$.

Câu 24. Biết rằng $\int_1^{64} \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}} = a \ln \frac{2}{3} + b$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Hiệu $a - b$ bằng

A. -17 .

B. -5 .

C. 5 .

D. 17 .

Câu 25. Biến đổi tích phân $\int_0^3 \frac{x}{1 + \sqrt{1+x}} dx$ thành tích phân $\int_1^2 f(t) dt$ với $t = \sqrt{1+x}$. Khi đó $f(t)$ là hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $f(t) = t^2 - t$.

B. $f(t) = t^2 + t$.

C. $f(t) = 2t^2 - 2t$.

D. $f(t) = 2t^2 + 2t$.

Câu 26. Biết rằng $I = \int_1^5 \frac{1}{1 + \sqrt{3x+1}} dx = a + b \ln 3 + c \ln 5$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Tổng $a + b + c$ bằng

A. $\frac{4}{3}$.

B. $\frac{5}{3}$.

C. $\frac{7}{3}$.

D. $\frac{8}{3}$.

Câu 27. Biết rằng $I = \int_{\sqrt{3}}^{2\sqrt{2}} \frac{x}{x^2 - 1 + \sqrt{x^2 + 1}} dx = a \ln 5 + b \ln 2$ với a, b là các số hữu tỷ. Tổng $a + b$ bằng

A. $-\frac{2}{3}$.

B. $-\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Câu 28. Biết rằng $I = \int_1^2 \frac{dx}{x\sqrt{1+x^3}} = a \ln 2 + b \ln(\sqrt{2}-1) + c$ với a, b, c thuộc \mathbb{Q} . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a = -\frac{1}{3}$.

B. $b = \frac{2}{3}$.

C. $c = -\frac{2}{3}$.

D. $a + b + c = 0$.

Câu 29. Biết $\int_{16}^{55} \frac{dx}{x\sqrt{x+9}} = a \ln 2 + b \ln 5 + c \ln 11$ với a, b, c thuộc \mathbb{Q} . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a - b = -c$.

B. $a - b = -3c$.

C. $a + b = c$.

D. $a + b = 3c$.

Câu 30. Biết $I = \int_1^2 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x+x\sqrt{x+1}}} = \sqrt{a} - \sqrt{b} - c$ với a, b, c thuộc \mathbb{Z}^+ . Tính

$P = a + b + c$.

A. $P = 12$.

B. $P = 18$.

C. $P = 24$.

D. $P = 46$.

Câu 31. Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{\ln x}{x} dx$.

A. $I = 2$.

B. $I = \ln 2$.

C. $I = -\frac{\ln^2 2}{2}$.

D. $I = \frac{\ln^2 2}{2}$.

Câu 32. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x}$. Tính $I = F(e) - F(1)$.

A. $I = 1$.

B. $I = e$.

C. $I = \frac{1}{2}$.

D. $I = \frac{1}{e}$.

Câu 33. Cho tích phân $I = \int_1^e \frac{1 - \ln x}{x^2} dx$ và $u = \ln x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $I = \int_0^1 (1-u)e^{-u} du.$

B. $I = \int_1^0 (1-u)e^u du.$

C. $I = \int_1^0 (1-u)e^{-2u} du.$

D. $I = \int_1^0 (1-u)e^{2u} du.$

Câu 34. Cho $I = \int_1^e \frac{\sqrt{1+3\ln x}}{x} dx$ và $t = \sqrt{1+3\ln x}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $I = \frac{14}{9}.$

B. $I = \frac{2}{9} t^3 \Big|_1^2.$

C. $I = \frac{2}{3} \int_1^2 t dt.$

D. $I = \frac{2}{3} \int_1^2 t^2 dt.$

Câu 35. Biến đổi tích phân $\int_1^e \frac{\ln x}{x(\ln x + 2)^2} dx$ thành $\int_2^3 f(t) dt$ bằng cách đặt $t = \ln x + 2$. Khi đó $f(t)$ là hàm nào trong các hàm số sau?

A. $f(t) = \frac{2}{t} - \frac{1}{t^2}.$

B. $f(t) = -\frac{2}{t^2} + \frac{1}{t}.$

C. $f(t) = \frac{2}{t^2} - \frac{1}{t}.$

D. $f(t) = \frac{2}{t^2} + \frac{1}{t}.$

Câu 36. Biết $I = \int_1^e \frac{\ln x}{x(\ln^2 x + 1)} dx = a \ln 2 + b$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $ab = 2.$

B. $a - b = 1.$

C. $2a + b = 1.$

D. $a^2 + b^2 = 4.$

Câu 37. Tính tích phân $I = \int_0^1 x e^{x^2} dx.$

A. $I = \frac{e}{2}.$

B. $I = e.$

C. $I = \frac{e-1}{2}.$

D. $I = \frac{e+1}{2}.$

Câu 38. Cho tích phân $I = \int_0^{\ln 2} e^x \sqrt{e^x - 1} dx$ và $t = \sqrt{e^x - 1}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $I = \frac{2}{3}.$

B. $I = \frac{2t^3}{3} \Big|_0^1.$

C. $I = \int_0^1 t^2 dt.$

D. $I = 2 \int_0^1 t^2 dt.$

Câu 39. Biết rằng $\int_0^1 \frac{dx}{e^x + 1} = a + b \ln \frac{1+e}{2}$ với a, b là các số hữu tỉ. Tính $S = a^3 + b^3$.

A. $S = -2.$

B. $S = 0.$

C. $S = 1.$

D. $S = 2.$

Câu 40. Biến đổi tích phân $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin^2 x} \sin 2x dx$ thành $\int_{\frac{1}{2}}^1 f(t) dt$ bằng cách đặt $t = \sin^2 x$. Khi đó

$f(t)$ là hàm nào trong các hàm số sau?

A. $f(t) = \frac{1}{2} e^t.$

B. $f(t) = e^t.$

C. $f(t) = e^t \sin t.$

D. $f(t) = e^t \sin 2t.$

Câu 41. Biết rằng $\int_0^1 \frac{\pi x^3 + 2^x + e^{x^3} 2^x}{\pi + e \cdot 2^x} dx = \frac{1}{m} + \frac{1}{e \ln n} \cdot \ln \left(p + \frac{e}{e + \pi} \right)$ với m, n, p là các số nguyên dương. Tổng $m + n + p$ bằng

A. 5.

B. 6.

C. 7.

D. 8.

Câu 42. Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} \cos^3 x \sin x dx.$

A. $I = -\frac{1}{4}.$

B. $I = 0.$

C. $I = -\frac{1}{4} \pi^4.$

D. $I = -\pi^4.$

Câu 43. Thực hiện phép đổi biến $u = \sin x$ thì tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x \cos x dx$ sẽ trở thành tích phân nào trong các tích phân sau đây?

- A. $\int_0^1 u^4 du.$ B. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^4 du.$ C. $\int_0^1 u^4 \sqrt{1-u^2} du.$ D. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^3 \sqrt{1-u^2} du.$

Câu 44. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos x)^n \sin x dx.$

- A. $I = \frac{1}{n-1}.$ B. $I = \frac{1}{n+1}.$ C. $I = \frac{1}{n}.$ D. $I = \frac{1}{2n}.$

Câu 45. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x (1 + \sin^2 x)^3 dx.$

- A. $I = \frac{7}{4}.$ B. $I = \frac{15}{4}.$ C. $I = \frac{31}{4}.$ D. $I = \frac{\pi^4}{64}.$

Câu 46. Biết rằng $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 3x}{1 + \cos x} dx = a + b \ln 2$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Hiệu $a - b$ bằng

- A. $-6.$ B. $-5.$ C. $1.$ D. $5.$

Câu 47. Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{\sqrt{1 + \cos x}} dx$ và $t = \sqrt{1 + \cos x}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $I = \int_1^{\sqrt{2}} (t^2 - 1) dt.$ B. $I = \int_1^{\sqrt{2}} (1 - t^2) dt.$
 C. $I = 4 \int_1^{\sqrt{2}} (t^2 - 1) dt.$ D. $I = 4 \int_1^{\sqrt{2}} (1 - t^2) dt.$

Câu 48. Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{6 \tan x}{\cos^2 x \sqrt{3 \tan x + 1}} dx$ và $u = \sqrt{3 \tan x + 1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $I = \frac{4}{3} \int_1^2 (2u^2 - 1) du.$ B. $I = \frac{4}{3} \int_1^2 (2u^2 + 1) du.$
 C. $I = \frac{4}{3} \int_1^2 (u^2 - 1) du.$ D. $I = \frac{4}{3} \int_1^2 (u^2 + 1) du.$

Câu 49*. Cho số nguyên dương a thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{a}} \frac{\cos 2x}{1 + 2 \sin 2x} dx = \ln \sqrt[4]{3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a \in \left(\frac{1}{2}; 3\right).$ B. $a \in \left(3; \frac{7}{2}\right).$ C. $a \in \left(\frac{7}{2}; \frac{9}{2}\right).$ D. $a \in \left(\frac{9}{2}; \frac{11}{2}\right).$

Câu 50*. Cho số nguyên dương n thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{n}} \frac{(1 - \tan x)^5}{\cos^2 x} dx = \frac{1}{6}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $n \in [1; 2].$ B. $n \in [3; 4].$ C. $n \in [5; 6].$ D. $n \in [7; 8].$

Câu 51*. Có bao nhiêu số thực a thuộc khoảng $(0; 20\pi)$ thỏa $\int_0^a \sin^5 x \sin 2x dx = \frac{2}{7}$?

- A. 9. B. 10. C. 19. D. 20.

Câu 52. Cho $\int_0^6 f(x)dx = 12$. Tính $I = \int_0^2 f(3x)dx$.

- A. $I = 2$. B. $I = 4$. C. $I = 6$. D. $I = 36$.

Câu 53. Cho $\int_1^{2019} f(x)dx = 2$. Tính tích phân $I = \int_1^{2019} f(2020 - x)dx$.

- A. $I = 1$. B. $I = 2$. C. $I = 3$. D. $I = 5$.

Câu 54. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_0^1 f(x)dx = 1$, $\int_1^9 f(x)dx = 2$. Tính giá trị của biểu thức $I = \int_0^3 \left[f\left(\frac{x}{3}\right) + f(3x) \right] dx$.

- A. $I = -9$. B. $I = -4$. C. $I = 4$. D. $I = 9$.

Câu 55. Cho $\int_1^3 f(3x - 1)dx = 20$. Tính tích phân $I = \int_2^5 f(x)dx$.

- A. $I = 10$. B. $I = 20$. C. $I = 40$. D. $I = 60$.

Câu 56. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;9]$ và thỏa mãn $\int_0^9 f(x)dx = 729$, $\int_0^3 f(x+6)dx = 513$. Tính tích phân $I = \int_0^2 f(3x)dx$.

- A. $I = 72$. B. $I = 216$. C. $I = 342$. D. $I = 414$.

Câu 57. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_0^2 f(x)dx = 3$. Tính $I = \int_{-1}^1 f(|2x|)dx$.

- A. $I = 0$. B. $I = \frac{3}{2}$. C. $I = 3$. D. $I = 6$.

Câu 58. Cho $f(x)$ là hàm số lẻ, liên tục trên đoạn $[-4;4]$. Biết rằng $\int_{-2}^0 f(-x)dx = 2$ và $\int_1^2 f(-2x)dx = 4$. Tính tích phân $I = \int_0^4 f(x)dx$.

- A. $I = -10$. B. $I = -6$. C. $I = 6$. D. $I = 10$.

Câu 59. Cho $f(x)$ là hàm số chẵn, liên tục trên đoạn $[-1;6]$. Biết rằng $\int_{-1}^2 f(x)dx = 8$ và $\int_1^3 f(-2x)dx = 3$. Tính tích phân $I = \int_{-1}^6 f(x)dx$.

- A. $I = 2$. B. $I = 5$. C. $I = 11$. D. $I = 14$.

Câu 60. Cho $\int_1^2 f(x)dx = a$. Tính tích phân $I = \int_0^1 x \cdot f(x^2 + 1)dx$.

- A. $I = 2a$. B. $I = 4a$. C. $I = \frac{a}{2}$. D. $I = \frac{a}{4}$.

Câu 61. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn $\int_0^{\frac{1}{3}} f(x)dx = 1$,

$\int_{\frac{1}{6}}^{\frac{1}{2}} f(2x)dx = 13$. Tính tích phân $I = \int_0^1 x^2 \cdot f(x^3)dx$.

- A. $I = 6$. B. $I = 7$. C. $I = 8$. D. $I = 9$.

Câu 62. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và $f(2019) = a$, $f(2020) = b$

($a, b \in \mathbb{R}$). Tích phân $I = 2022 \cdot \int_{2019}^{2020} f'(x) \cdot f^{2021}(x) dx$ bằng

- A. $a^{2021} - b^{2021}$. B. $b^{2021} - a^{2021}$. C. $a^{2022} - b^{2022}$. D. $b^{2022} - a^{2022}$.

Câu 63. Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f(\sin x) dx = 2020$. Tính tích phân $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot f(\cos x) dx$.

- A. $J = -2020$. B. $J = -1010$. C. $J = 1010$. D. $J = 2020$.

Câu 64. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx = 3$, $\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} f(2x) dx = 10$. Tính tích

phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f(\sin x) dx$.

- A. $I = 7$. B. $I = 8$. C. $I = 10$. D. $I = 23$.

Câu 65. Cho $\int_1^2 f(x) dx = 2019$. Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{3x+1}} \cdot f(\sqrt{3x+1}) dx$.

- A. $I = \frac{6057}{2}$. B. $I = 1346$. C. $I = 2019$. D. $I = 2020$.

Câu 66. Cho $\int_0^{2020} f(x) dx = 2$. Tính tích phân $I = \int_0^{\sqrt{e^{2020}-1}} \frac{x}{x^2+1} \cdot f[\ln(x^2+1)] dx$.

- A. $I = 1$. B. $I = 2$. C. $I = 4$. D. $I = 5$.

Câu 67. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2020$. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{8}} \frac{f(\tan 2x)}{1 + \cos 4x} dx$.

- A. $I = 505$. B. $I = 1010$. C. $I = 2020$. D. $I = 4040$.

Câu 68. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 4$, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx = 2$. Tính

tích phân $I = \int_0^3 f(x) dx$.

- A. $I = 2$. B. $I = 4$. C. $I = 6$. D. $I = 10$.

Câu 69. Cho hàm số $f(x)$ thỏa $\int_1^4 f(x) dx = 5$, $\int_4^5 f(x) dx = 20$. Tính

$I = \int_1^2 f(4x-3) dx - \int_0^{\ln 2} f(e^{2x}) e^{2x} dx$.

- A. $I = 15$. B. $I = 25$. C. $I = \frac{5}{2}$. D. $I = \frac{15}{4}$.

Câu 70*. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx = 4$, $\int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2+1} dx = 2$. Tính tích

phân $I = \int_0^1 f(x) dx$.

- A. $I = 1$. B. $I = 2$. C. $I = 3$. D. $I = 6$.

Câu 71*. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \cdot f(\cos^2 x) dx = 1$,

$\int_e^{e^2} \frac{f(\ln^2 x)}{x \ln x} dx = 1$. Tính tích phân $I = \int_{\frac{1}{4}}^2 \frac{f(2x)}{x} dx$.

- A. $I = 1$. B. $I = 2$. C. $I = 3$. D. $I = 4$.

Câu 72. Ký hiệu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{e^x}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Tích phân $I = \int_1^2 \frac{e^{3x}}{x} dx$ bằng

- A. $F(3) - F(6)$. B. $F(6) - F(3)$. C. $3[F(1) - F(2)]$. D. $3[F(2) - F(1)]$.

Câu 73. Ký hiệu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\cos x}{2x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

Tích phân $I = \int_1^4 \frac{\cos 2x}{x} dx$ bằng

- A. $F(2) - F(8)$. B. $2[F(2) - F(8)]$. C. $F(8) - F(2)$. D. $2[F(8) - F(2)]$.

Câu 74. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[2; 4]$ và thỏa mãn $f(2) = 2$,

$f(4) = 2020$. Tính $I = \int_1^2 f'(2x) dx$.

- A. $I = -2018$. B. $I = -1009$. C. $I = 1009$. D. $I = 2018$.

Câu 75*. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[3; 7]$, thỏa mãn $f(x) = f(10 - x)$ với mọi $x \in [3; 7]$

và $\int_3^7 f(x) dx = 4$. Tính tích phân $I = \int_3^7 x \cdot f(x) dx$.

- A. $I = 20$. B. $I = 40$. C. $I = 60$. D. $I = 80$.

Dạng 3. PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN TỪNG PHẦN

Câu 76. Tính tích phân $I = \int_1^2 \ln x dx$.

- A. $I = \ln 4e$. B. $I = \ln(4 - e)$. C. $I = 2 \ln 2 + 1$. D. $I = \ln 4 - \log 10$.

Câu 77. Biết $I = \int_1^2 \ln(x+1) dx = a \ln 3 + b \ln 2 + c$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tổng $a + b + c$ bằng

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 78. Biết $\int_1^2 \ln(9 - x^2) dx = a \ln 5 + b \ln 2 + c$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính $P = |a| + |b| + |c|$.

- A. $P = 13$. B. $P = 18$. C. $P = 26$. D. $P = 34$.

Câu 79. Tính tích phân $I = \int_1^e x \ln x dx$.

- A. $I = \frac{1}{2}$. B. $I = \frac{e^2 - 2}{2}$. C. $I = \frac{e^2 - 1}{4}$. D. $I = \frac{e^2 + 1}{4}$.

Câu 80. Cho $\int_1^e (2 + x \ln x) dx = ae^2 + be + c$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a + b = -c$. B. $a + b = c$. C. $a - b = -c$. D. $a - b = c$.

Câu 81. Biết $I = \int_0^1 x \ln(2 + x^2) dx = a \ln 3 + b \ln 2 + c$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Tổng $a + b + c$ bằng

- A. 0. B. 1. C. $\frac{3}{2}$. D. 2.

Câu 82. Biết $I = \int_4^5 (x+1) \ln(x-3) dx = 5 \ln a^a - \frac{19}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}^+$. Tính $S = a + b$.

- A. $S = 0$. B. $S = 4$. C. $S = 6$. D. $S = 8$.

Câu 83. Biết $I = \int_0^1 x \ln(2x+1)^{2020} dx = \frac{a}{b} \ln 3$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tổng $a + b$ bằng

- A. 1517. B. 2031. C. 6068. D. 6071.

Câu 84. Biết $I = \int_1^2 x^2 \ln x \cdot dx = \frac{a}{b} \ln 2 - \frac{c}{9}$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}^+$ và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính tổng

$$S = a + b + c.$$

- A. $S = 4$. B. $S = 8$. C. $S = 16$. D. $S = 18$.

Câu 85. Biết $I = \int_1^e x^3 \ln x dx = \frac{3e^a + 1}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}^+$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a - b = 4$. B. $a - b = 12$. C. $ab = 46$. D. $ab = 64$.

Câu 86. Biết $I = \int_1^a \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \ln 2$. Giá trị của a bằng

- A. $a = \ln 2$. B. $a = 2$. C. $a = 4$. D. $a = 8$.

Câu 87. Tính tích phân $I = \int_0^1 x \cdot 2^x dx$.

- A. $I = \frac{2 \ln 2 - 1}{\ln 2}$. B. $I = \frac{2 \ln 2 + 1}{\ln 2}$. C. $I = \frac{2 \ln 2 - 1}{\ln^2 2}$. D. $I = \frac{2 \ln 2 + 1}{\ln^2 2}$.

Câu 88. Biết $I = \int_0^1 (2x + 3)e^x dx = ae + b$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a - b = 2$. B. $a + 2b = 1$. C. $ab = 3$. D. $a^3 + b^3 = 28$.

Câu 89. Cho tham số $a > 0$ thỏa mãn $\int_0^{\sqrt{a}} (x - 1)e^{2x} dx = \frac{3 - e^2}{4}$. Tính $P = a^2 + 2020$.

- A. $P = 2020$. B. $P = 2021$. C. $P = 2022$. D. $P = 2024$.

Câu 90. Biết $I = \int_0^{\ln 2} x e^{-2x} dx = \frac{1}{a} \left(\frac{b}{4} - \frac{\ln 2}{c} \right)$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}^+$ và $c \neq 1$. Tổng $a + b + c$ bằng

- A. 7. B. 9. C. 11. D. 13.

Câu 91. Biết $I = \int_0^1 3e^{\sqrt{1+3x}} dx = \frac{a}{5} e^2 + \frac{b}{3} e + c$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tổng $a + \frac{b}{2} + \frac{c}{3}$ bằng

- A. 0. B. 3. C. 7. D. 10.

Câu 92. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cdot \sin 2x dx$.

- A. $I = 1$. B. $I = \frac{\pi}{2}$. C. $I = \frac{1}{4}$. D. $I = \frac{3}{4}$.

Câu 93. Biết $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx = \frac{\pi}{m} - 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $m < -2$. B. $-2 \leq m \leq 1$. C. $1 < m < 3$. D. $m \geq 3$.

Câu 94. Cho tham số m thỏa mãn $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x(\sin x + 2m) dx = 1 + \pi^2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $-1 < m < 0$. B. $0 \leq m \leq 2$. C. $3 < m < 5$. D. $m \geq 5$.

Câu 95. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 2]$ và thỏa mãn $f(1) = 0$,

$$f(2) = 2, \int_1^2 f(x) dx = 1. \text{ Tính } I = \int_1^2 x \cdot f'(x) dx.$$

- A. $I = 1$. B. $I = 2$. C. $I = 3$. D. $I = 8$.

Câu 96. Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 2]$. Biết

$$f(1) \cdot g(1) = 1, f(2) \cdot g(2) = 2 \text{ và } \int_1^2 g(x) \cdot f'(x) dx = 3. \text{ Tính } I = \int_1^2 f(x) \cdot g'(x) dx.$$

- A. $I = -4$. B. $I = -2$. C. $I = 2$. D. $I = 4$.

Câu 97. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;2]$, thỏa mãn $f(2)=16$ và $\int_0^2 f(x)dx = 4$. Tính tích phân $I = \int_0^1 x.f'(2x)dx$.

- A. $I = 7$. B. $I = 12$. C. $I = 13$. D. $I = 20$.

Câu 98. Cho hàm số $f(x)$ thỏa $2f(1)-f(0)=2$ và $\int_0^1 (x+1).f'(x)dx = 10$. Tính $I = \int_0^1 f(x)dx$.

- A. $I = -12$. B. $I = -8$. C. $I = 1$. D. $I = 8$.

Câu 99. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, thỏa mãn $f(0)=3$ và

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x.f'(x)dx = 10$. Tính phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x.f(x)dx$ bằng

- A. $I = -13$. B. $I = -7$. C. $I = 7$. D. $I = 13$.

Câu 100. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^3 x.f'(x).e^{f(x)}dx = 8$ và $f(3) = \ln 3$. Tính tích phân

$I = \int_0^3 e^{f(x)}dx$.

- A. $I = 1$. B. $I = 11$. C. $I = 8 - \ln 3$. D. $I = 8 + \ln 3$.

Câu 101*. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $f(4)=1$,

$\int_0^1 x.f(4x)dx = 1$. Tính phân $I = \int_0^4 x^2.f'(x)dx$ bằng

- A. -16 . B. 8 . C. 14 . D. $\frac{31}{2}$.

Câu 102*. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, thỏa mãn $f(1)=1$ và

$\int_0^1 f(x)dx = 2$. Tính tích phân $I = \int_0^1 f'(\sqrt{x})dx$.

- A. $I = -2$. B. $I = -1$. C. $I = 1$. D. $I = 2$.

Câu 103*. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, thỏa mãn $f(1)=4$ và

$\int_1^2 f(x-1)dx = 3$. Tính phân $\int_0^1 x^3.f'(x^2)dx$ bằng

- A. -1 . B. $-\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 1 .

Câu 104*. Cho hàm số $g(x) = \int_0^x t.\cos(x-t)dt$. Giá trị của $g'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

- A. -1 . B. 0 . C. 1 . D. $\frac{\pi}{2}$.

Câu 105*. Tính đạo hàm của hàm số $F(x) = \int_0^{x^2} \cos \sqrt{t}dt$ với $x > 0$.

- A. $F'(x) = \cos x$. B. $F'(x) = \cos x - 1$. C. $F'(x) = 2x \cos x$. D. $F'(x) = x^2 \cos x$.

Dạng 4. TÍCH PHÂN HÀM ẨN

Câu 106*. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên \mathbb{R} , thỏa $f(x^5 + 4x + 3) = 2x + 1$ với

mọi $x \in \mathbb{R}$. Tính phân $\int_{-2}^8 f(x)dx$ bằng

- A. 2 . B. 10 . C. 72 . D. $\frac{32}{3}$.

Câu 107*. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , thỏa $f(2x) = 3f(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$. Biết

$\int_0^1 f(x) dx = 1$, tích phân $I = \int_1^2 f(x) dx$ bằng

- A. $I = 2$. B. $I = 3$. C. $I = 5$. D. $I = 6$.

Câu 108*. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $f(x) + f(-x) = \sqrt{2 + 2 \cos 2x}$ với

mọi $x \in \mathbb{R}$. Tính $I = \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x) dx$.

- A. $I = -6$. B. $I = -2$. C. $I = 0$. D. $I = 6$.

Câu 109*. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$, thỏa mãn

$f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$. Tính tích phân $I = \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(x)}{x^2 + 1} dx$.

- A. $I = \frac{3}{2}$. B. $I = 2$. C. $I = \frac{5}{2}$. D. $I = 3$.

Câu 110*. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[1; 4]$ và thỏa mãn $f(x) = \frac{f(2\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x}} + \frac{\ln x}{x}$. Tính

$I = \int_3^4 f(x) dx$.

- A. $I = 2 \ln 2$. B. $I = \ln^2 2$. C. $I = 2 \ln^2 2$. D. $I = 3 + 2 \ln^2 2$.

Câu 111*. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và thỏa mãn $f'(x) = \begin{cases} x \ln x, & \forall x \geq 1 \\ \sqrt{1-x}, & \forall x < 1 \end{cases}$. Biết

$f(0) = \frac{1}{3}$, giá trị của $f(2)$ bằng

- A. $\ln 2 + \frac{3}{4}$. B. $2 \ln 2$. C. $2 \ln 2 + \frac{1}{4}$. D. $2 \ln 2 + \frac{3}{4}$.

Câu 112*. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[-1; 1]$, thỏa mãn $f(x) > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f'(x) + 2f(x) = 0$. Biết rằng $f(1) = 1$, tính $f(-1)$.

- A. $f(-1) = e^{-2}$. B. $f(-1) = e^3$. C. $f(-1) = e^4$. D. $f(-1) = 3$.

Câu 113*. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 2]$, thỏa mãn $f(x) > 0$ với mọi

x thuộc $[1; 2]$. Biết rằng $\int_1^2 f'(x) dx = 10$ và $\int_1^2 \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln 2$. Tính $f(2)$.

- A. $f(2) = -20$. B. $f(2) = -10$. C. $f(2) = 10$. D. $f(2) = 20$.

Câu 114*. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} , nhận giá trị dương trên khoảng $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(1) = 1$, $f(x) = f'(x)\sqrt{3x+1}$ với mọi $x > 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $1 < f(5) < 2$. B. $2 < f(5) < 3$. C. $3 < f(5) < 4$. D. $4 < f(5) < 5$.

Câu 115*. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 4x^3 [f(x)]^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Biết $f(2) = -\frac{1}{25}$, tính giá trị của $f(1)$.

- A. $f(1) = -\frac{1}{10}$. B. $f(1) = -\frac{1}{40}$. C. $f(1) = -\frac{41}{400}$. D. $f(1) = -\frac{391}{400}$.

Câu 116*. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0; 1]$, thỏa mãn $x^2 f(x) + f(1-x) = 2x - x^4$ với

mọi x thuộc $[0; 1]$. Tính tích phân $I = \int_0^1 f(x) dx$.

A. $I = \frac{1}{2}$. B. $I = \frac{2}{3}$. C. $I = \frac{4}{3}$. D. $I = \frac{3}{5}$.

Câu 117*. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;3]$, thỏa mãn $f(3) = 4$ và $[f'(x)]^2 = 8x^2 - 20 - 4f(x)$ với mọi x thuộc $[0;3]$. Tính tích phân $I = \int_0^3 f(x) dx$.

A. $I = -9$. B. $I = -6$. C. $I = 9$. D. $I = 21$.

Câu 118*. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, thỏa mãn $f(0) = 0$ và

$$[f(x)]^2 - 6 \cos x \cdot f'(x) + \frac{9}{2} + \frac{27}{2} \cos 2x = 0. \text{ Tính tích phân } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx.$$

A. $I = 3$. B. $I = \pi - 3$. C. $I = \frac{\pi}{2} - 1$. D. $I = \frac{\pi}{2}$.

Câu 119*. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$, thỏa mãn

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)[f(x) - \cos x] dx = -\frac{1}{16} - \frac{\pi}{32}.$$

Biết $\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx = \sqrt{\frac{a}{b}}$ với $a, b \in \mathbb{Z}^+$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tổng $a + b$ bằng

A. -11. B. 12. C. 17. D. 19.

Câu 120*. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên \mathbb{R} , thỏa mãn $f(0) = 1$ và $f'(x) + 2x \cdot f(x) = 2x \cdot e^{-x^2}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

A. e . B. $\frac{1}{e}$. C. $\frac{2}{e}$. D. $-\frac{2}{e}$.

Câu 121*. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên khoảng $(-\infty; -1)$, thỏa mãn $f(-2) = -\frac{3}{2}$ và $(x^2 + x)f'(x) + f(x) = x^2 + x$ với mọi $x < -1$. Biết $f(-4) = a + b \ln 3$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Hiệu $a - b$ bằng

A. $-\frac{9}{2}$. B. -3. C. 3. D. $\frac{9}{2}$.

Câu 122*. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\left[0; \frac{\pi}{6}\right]$, thỏa mãn $f'(x) \cos x + f(x) \sin x = 1$ với

mọi x thuộc $\left[0; \frac{\pi}{6}\right]$. Biết $f(0) = 1$, tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} f(x) dx$.

A. $I = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$. B. $I = \frac{2-\sqrt{3}}{2}$. C. $I = \frac{3-\sqrt{3}}{2}$. D. $I = \frac{2-\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{6}$.

Câu 123*. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$, thỏa mãn $f'(x) - f(x) = e^x + 1$ và $f(0) = 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $5 < f(1) < 6$. B. $6 < f(1) < 7$. C. $7 < f(1) < 8$. D. $8 < f(1) < 9$.

Câu 124*. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và không âm trên \mathbb{R} , thỏa mãn $f(0) = 0$ và $f(x) \cdot f'(x) = 2x \sqrt{f^2(x) + 1}$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(-2)$ bằng

A. $-2\sqrt{6}$. B. $2\sqrt{6}$. C. 0. D. 8.

Câu 125*. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;4]$, đồng biến trên đoạn $[1;4]$ và thỏa mãn $x + 2x.f(x) = [f'(x)]^2, \forall x \in [1;4]$. Biết $f(1) = \frac{3}{2}$, giá trị $f(4)$ bằng

- A. $\frac{391}{3}$. B. $\frac{391}{6}$. C. $\frac{391}{9}$. D. $\frac{391}{18}$.

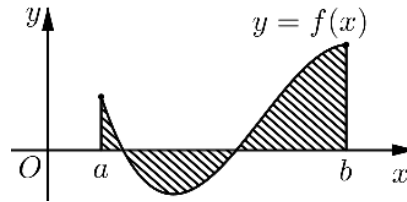
Bài 5

ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN ĐỂ TÍNH DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG

1. Hình phẳng giới hạn bởi một đường cong và trục hoành

Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ thì diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ là

$$S = \int_a^b |f(x)| dx.$$



2. Hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong

Để tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$), ta có công thức sau

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

