

Bài 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a$, góc $ABD = 60^\circ$ và hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O ; hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD) = 30^\circ$.

- Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .
- Tính khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SAB) theo a .

Bài 2: Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a, AD = a\sqrt{3}$. Biết góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° .

- Tính thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.
- Tính khoảng cách từ điểm C' đến mặt phẳng $(AB'C)$.

Bài 3: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AC = a, BC = 2a$, góc $ACB = 120^\circ$. Đường thẳng $A'C$ tạo với mặt phẳng $(ABB'A')$ một góc 30° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .

ĐÁP ÁN

Bài 1

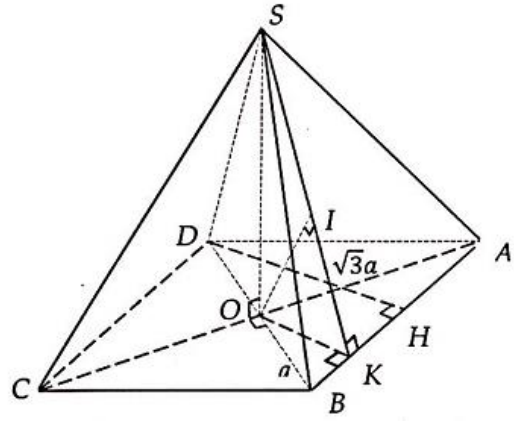
+ Tam giác ABD đều.

Từ giả thiết hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ nên giao tuyến của chúng là $SO \perp (ABCD)$.

Diện tích đáy: $S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABD} = 2\sqrt{3}a^2$;

Đường cao của hình chóp $SO = \frac{a}{2}$. Thể tích khối chóp

$$S.ABCD: V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SO = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$$



+Do tam giác ABD đều nên với H là trung điểm của AB , K là trung điểm của HB ta có $DH \perp AB$ và $DH = a\sqrt{3}$; $OK \parallel DH$ và $OK = \frac{1}{2}DH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow OK \perp AB \Rightarrow AB \perp (SOK)$.

+Gọi I là hình chiếu của O lên SK ta có $OI \perp SK$; $AB \perp OI \Rightarrow OI \perp (SAB)$, hay OI là khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAB) .

Tam giác SOK vuông tại O , OI là đường cao $\Rightarrow \frac{1}{OI^2} = \frac{1}{OK^2} + \frac{1}{SO^2} \Rightarrow OI = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

Bài 2

$$d(C', (AB'C)) = d(B, (AB'C))$$

Do BC' giao với mp $(AB'C)$ tại trung điểm của BC' (vì $BCC'B'$ là hình chữ nhật)

Kẻ theo giao tuyến $B'M$

Kẻ

$$BH \perp B'M \Rightarrow BH \perp (AB'C) \Leftrightarrow d(B, (AB'C)) = BH$$

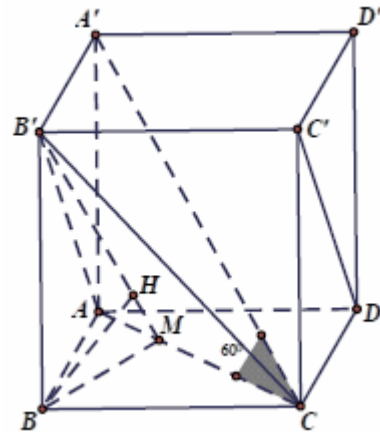
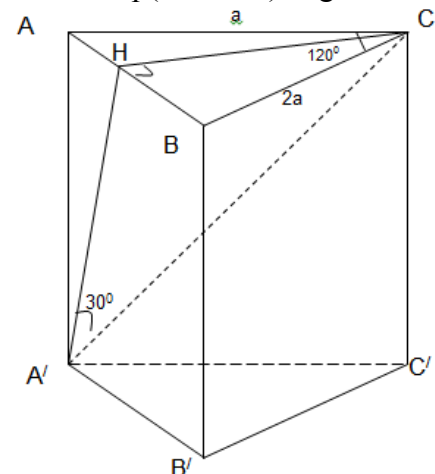
$$\text{Có } \frac{1}{BH^2} = \frac{1}{B'B^2} + \frac{1}{BM^2} = \frac{1}{B'B^2} + \frac{1}{BC^2} \frac{1}{AB^2} = \frac{17}{12a^2}$$

$$\Rightarrow BH = \frac{2a\sqrt{51}}{17}. \text{ Vậy } d(C', (AB'C)) = \frac{2a\sqrt{51}}{17}$$

Bài 3

+ Kẻ đường cao CH của tam giác ABC . Có $CH \perp AB$; $CH \perp AA'$ suy ra $CH \perp (ABB'A')$, Do đó góc giữa

$A'C$ và mp $(ABB'A')$ là góc $CA'H = 30^\circ$



$$+ \text{Ta có } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} CA \cdot CB \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Trong tam giác ABC: } AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos 120^\circ = 7a^2 \\ \Rightarrow AB = a\sqrt{7}$$

$$+ S_{\Delta ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} AB \cdot CH \Rightarrow CH = a\sqrt{\frac{3}{7}}$$

$$+ A'C = \frac{CH}{\sin(30^\circ)} = 2a\sqrt{\frac{3}{7}}$$

$$+ AA' = \sqrt{A'C^2 - AC^2} = \sqrt{\frac{12}{7}a^2 - a^2} = a\sqrt{\frac{5}{7}}$$

$$+ V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} \cdot a\sqrt{\frac{5}{7}} = \frac{a^3 \sqrt{105}}{14}$$

